

Max Born e la nascita della nuova fisica del caos

enrico giannetto

Dipartimento di Fisica "A. Volta", Università di Pavia,
via A. Bassi 6, 27100 Pavia; G.N.S.F. / C.N.R., unità di Pavia

1. Introduzione

Il dibattito contemporaneo sulla *complessità* mostra come tale problematica si ponga ormai nella "complessa" confluenza di molti campi di ricerca, dalla filosofia a tutta una serie di discipline scientifiche. Si è parlato anche dell'emergere di nuove discipline, definite nel loro insieme quali *scienze della complessità* : teoria dei sistemi, cibernetica, teoria dell'informazione e della comunicazione, teoria delle catastrofi, teoria dell'autopoiesi, termodinamica dei sistemi lontani dall'equilibrio, teoria dei sistemi dinamici non lineari sono tutte teorie nate o profondamente modificate sotto questo "segno".¹ E corrispondentemente si è cercato di formulare una cosiddetta *epistemologia della complessità*.² La costitutiva interdisciplinarietà del concetto di complessità ha così dato luogo, da un lato, ad un coordinamento di sforzi per chiarificarne lo statuto, e, dall'altro, ad una serie di difficoltà relative anche alla sua stessa definizione, lasciando il suo campo semantico estremamente vago e le sue interpretazioni, nelle varie discipline implicate, molto distanti dall'essere univoche. Questa situazione non è però la controparte naturale, "auto-logica", di una effettiva, irriducibile complessità del concetto stesso di complessità, ma è un derivato dell'assenza di un'analisi critica dei differenti presupposti metafisici ed epistemologici delle varie discipline coinvolte, accettate insieme sulla base di una loro presunta "antagonistica complementarità".³

E' indubbio, tuttavia, che questo movimento tematico legato alla complessità, che attraversa discipline scientifiche e non, ha comunque delle radici profonde in delle crisi che internamente ne invalidano schemi parziali o globali di carattere riduzionistico o semplificatorio. Si tratta allora di discernere, prima di tutto disciplina per disciplina, le crisi effettive che affliggono i fondamenti delle rappresentazioni scientifiche in gioco, della fisica e della biologia come delle altre, e di evitare che tali crisi possano essere riassorbite e ricomposte in un quadro epistemologico che, nonostante le apparenze o le dichiarazioni dei suoi propugnatori, le tradisce di per sé, costituendo il fondamento di estesi "paradigmi" gnoseologici, pronti a tramutarsi in breve tempo soltanto in nuovi formalismi tecnico-disciplinari riduttivi proprio in quanto celano ancora le crisi che ne stanno alla base.⁴ E' già successo così, per altre profonde crisi che hanno attraversato le scienze in passato, ma ciò potrà risultare chiaro solo analizzando e discutendo un caso particolare.

Esemplare mi sembra il caso della fisica, in quanto effettivamente ha svolto e svolge un ruolo centrale, catalizzatore rispetto alle altre discipline, in tale problematica della complessità. Nell'analisi dettagliata che negli ultimi vent'anni si è portata avanti su

sistemi *considerati* deterministici, in quanto definiti nell'ambito della fisica classica non-quantistica, si è riscontrato l'emergere di un comportamento *caotico* sorgente di instabilità dinamica e del tutto imprevedibile. A questa fenomenologia *complessa* (dove la complessità si può definire in termini di *casualità algoritmica*, ovvero di *incompressibilità algoritmica dell'informazione*, cioè di "non-riducibilità"⁵) e inattesa di sistemi fisici classici si sono attribuiti molti nomi: "caos deterministico" è forse quello più diffuso, ma anche altri sono usati come "stocasticità dinamica", "stocasticità hamiltoniana", "stocasticità intrinseca", "rumore auto-generato", ma è preferibile la semplice parola *caos*.⁶

Ora, la genesi storica di tale nuova fisica del caos, che è attualmente annunciata ormai a livello diffuso come "la terza grande rivoluzione scientifica di questo secolo, dopo la relatività e la meccanica quantistica" è, a mio avviso, di fondamentale importanza per poter comprendere tutta la problematica della complessità. Trattandosi di ricerche abbastanza recenti, è ancora possibile trovare anche negli articoli degli studiosi del settore molti riferimenti storici. Eppure, in tutte le pubblicazioni, sebbene si risalga, oltre a Kolmogorov (1954) e Lorenz (1963), anche a Maxwell e Poincaré,⁷ il riferimento, che a mio avviso è fondamentale, è solo annotato marginalmente e in pochissime pubblicazioni: in parte si tratta di "ignoranza", in parte sicuramente si tratta forse di celare e di sottovalutare deliberatamente le radici e le connessioni di tale fisica di cui è già data una base compiuta almeno già dal 1953.⁸ Tale riferimento è dato dai lavori di Max Born: lo studio e la discussione di essi è il tema di queste mie note.

2. Max Born e l'incompletezza delle teorie fisiche

Max Born (1882-1970) è soprattutto ricordato per i lavori scritti con Jordan e con Heisenberg nel 1925-26 che gettavano le basi della meccanica quantistica come meccanica delle matrici, e quale premio nobel per la fisica nel 1954 per l'interpretazione statistica della funzione d'onda della meccanica quantistica come meccanica ondulatoria di Schrödinger; interpretazione che forniva la possibilità di stabilire poi l'equivalenza matematica delle due formulazioni della meccanica quantistica.⁹ A confronto con la mole di studi storici portati avanti sugli altri creatori della meccanica quantistica, gli studi su Born sono in numero veramente esiguo.¹⁰ Il suo carteggio con Einstein è stato essenzialmente considerato sempre in relazione ad un interesse storiografico centrato su Einstein.¹¹

Il dibattito con Einstein sarà il mio punto di partenza questa volta invece centrato ad un'ermeneutica del pensiero di Born. Il problema di maggiore rilevanza da essi discusso è quello della completezza della meccanica quantistica.¹² Einstein, fin da un famoso articolo¹³ scritto con Podolsky e Rosen nel 1935, aveva cercato di dimostrare l'incompletezza della meccanica quantistica come teoria fisica. Sebbene tale concetto d'incompletezza abbia avuto nel tempo, da parte dello stesso Einstein, varie fasi di elaborazione, si può dire, in maniera del tutto generale, che tale incompletezza va intesa come costitutiva incapacità della meccanica quantistica come teoria fisica di caratterizzare *pienamente*, ovvero in modo completo, la realtà fisica.¹⁴ La risposta della quasi totalità degli altri fisici, influenzata dalla immediata reazione di Niels Bohr¹⁵, a tutt'oggi è incentrata essenzialmente su una critica al concetto "metafisico" di realtà cui Einstein era legato. Così, la presunta completezza della meccanica quantistica è stata

eretta a baluardo contro i tentativi di formulare altre teorie (più) complete della realtà fisica, come quelle di campo unificato dello stesso Einstein o a variabili nascoste.¹⁶

A parte dalle possibili differenti connotazioni con cui è usato di volta in volta il termine "completezza" e che possono aver generato confusione, resta il fatto che, dietro il mito della completezza teorica della meccanica quantistica, accompagnato a quello della sua non-contraddittorietà, che costituisce la spiegazione razionale per la complementarità di Bohr e delle relazioni d'indeterminazione di Heisenberg, si è mascherato l'emergere di una *physis*, di una "realtà fisica", assolutamente indeterminata rispetto ad una fisica come teoria, intesa quale determinazione razionale, matematico-sperimentale, della realtà e del suo fondamento.¹⁷

Allo stesso modo, attraverso la distinzione convenzionale fra fenomeni e interfenomeni, lo stesso "principio d'indeterminazione" è stato utilizzato come copertura di deviazioni e violazioni di leggi fisiche, celando il carattere convenzionale, legato alle misure, di ogni possibile nomologia. La *casualità* introdotta nella descrizione fisica a livello microscopico è stata così inglobata in un principio d'iperrazionalità, in un più sofisticato "ordine" logico di una più fine rappresentazione nomologica; il caso tuttavia non può costituire effettivo fondamento di tale iperrazionalità: rigorosamente definito risulta essere un concetto non "costruttivo", ovvero indice di una indecidibilità logica;⁵ il caso è l'abolizione delle cause e delle nomologie, l'assenza e l'impossibilità di concatenamenti razionali tra i fenomeni.¹⁷

L'indeterminazione degli enti elementari-semplici, microfisici, quale fondamento materiale della *physis* implica il crollo di qualsiasi riduzionismo: questo infatti presuppone la possibilità di tale determinazione e non è quindi che una particolare varietà di "determinismo". La non-separabilità legata all'indeterminazione, che emerge dall'analisi di paradossi come quello discusso da Einstein, Podolsky e Rosen, implica infatti il crollo di qualsiasi "atomismo": l'universo indeterminato dei processi fisici è non separabile.¹²

D'altra parte, che quello della completezza teorica sia un mito, sarebbe già dovuto essere chiaro fin dai teoremi di Gödel¹⁸ pubblicati nel 1931, se non già dai precedenti teoremi di Löwenheim-Skolem,¹⁹ che stabilivano i limiti fondamentali di una qualunque teoria formale con un numero finito o numerabile di assiomi, individuandone l'incompletezza sintattica e semantica, la presenza di enunciati indecidibili e l'impossibilità di prove di validità, coerenza e non-contraddizione, e l'inadeguatezza espressiva, la non-caratterizzabilità e non-unicità dei modelli ("non-categoricità").²⁰

Appare quindi di estremo interesse la singolarità della posizione di Max Born, che riconosce immediatamente l'incompletezza della meccanica quantistica come teoria fisica e che si ingegna di dimostrare e l'incompletezza della teoria einsteniana della relatività e della stessa meccanica classica: l'interpretazione indeterminista della fisica classica data da Born è la "pietra angolare" che ci permetterà di rileggere sotto una nuova luce la storia della fisica attraverso una critica dei suoi fondamenti, dalle crisi interne al determinismo classico alla relatività, dalla fisica quantistica alla fisica del caos.

Già nel 1936, nella prolusione all'assunzione della cattedra Tait di filosofia naturale all'Università di Edimburgo, Born, tracciando alcune "Conclusioni filosofiche sulla fisica moderna",²¹ discute del problema della realtà nella meccanica quantistica e lo assimila a quello della relatività:

"Così ci troviamo di fronte ad una situazione simile al caso del principio di relatività, solo ancora più complicato, perché qui i due tipi di descrizione dello stesso evento sono non soltanto diversi ma apparentemente inconciliabili. (...) La difficoltà non è mai nei due tipi di rappresentazione, ma nel fatto che nessun fenomeno del mondo atomico può essere descritto senza fare riferimento all'osservatore e, in effetti, non solo alla sua velocità propria, come fa la teoria della relatività, ma a tutto il suo comportamento nell'osservazione, nell'installazione dei suoi strumenti ecc., ecc."

Nella lettera ad Einstein, datata 3-9-1950, Born, proseguendo il dibattito che è una costante nella loro corrispondenza già dagli albori della meccanica quantistica, annuncia un suo saggio in cui tale primitiva analogia si è sviluppata fino al riconoscimento dell'incompletezza della relatività:

"Sulla questione della 'descrizione incompleta' ho preso posizione in un saggio che ti manderò: in esso mi prendo la libertà di chiamarti a testimonio del fatto che talvolta - ad esempio nella teoria della relatività - quest'incompletezza è inevitabile."²²

Il saggio annunciato è "Fisica e metafisica", dove Born, riferendosi ad Einstein, scrive:

"Intanto è stato proprio lui che nel caso della relatività ci ha insegnato un nuovo modo di pensare. Vi è un numero infinito di sistemi inerziali equivalenti, ognuno dei quali può con lo stesso diritto essere assunto come quiescente. Ma non esiste alcuna possibilità di decidere sperimentalmente se veramente uno di essi è assolutamente quiescente. Gli avversari di Einstein potrebbero rinfacciare, allora che essi considerano come 'concettualmente incompleta' una descrizione del mondo, che neghi l'esistenza di un sistema assolutamente quiescente, anche se non si dà alcuna possibilità di trovarlo. Questo argomento antirelativistico è altrettanto forte quanto quello antiquantistico di Einstein."²³

Più tardi, nel commento scritto al carteggio con Einstein, aggiungerà:

"Einstein definisce 'incompleto' il mio modo di descrivere il mondo fisico, ma mentre egli considera quest'incompletezza come un difetto da superare, io l'accetto. In effetti, ho sempre considerato questa posizione come un progresso, giacché la descrizione esatta dello stato di un sistema fisico presuppone che si possano formulare su di esso enunciati infinitamente precisi, e ciò mi sembra assurdo. Ritengo di aver seguito in questo la strada segnata dallo stesso Einstein nella sua teoria della relatività, allorché riconosce l'impossibilità di collocare in senso assoluto dei punti nello spazio e nel tempo, traendone la conclusione che il concetto stesso di determinazione assoluta dello spazio e del tempo è privo di senso. Tutto il suo poderoso edificio teorico poggia su questa conclusione; ma egli si rifiutava di riconoscere l'analogia tra questa situazione e quella della teoria dei quanti."²⁴

La relatività è quindi incompleta perché è una forma d'indeterminazione fisica, che, come nel caso della meccanica quantistica, si traduce in indecidibilità logica.²⁵ Questa intuizione era presente anche nella riflessione del filosofo Herbert Dingle,²⁶ seppure

all'interno di una concezione "positivistica" della scienza, criticata da Born perché perde completamente la *physis*.²⁷

Anche nella relatività si cela quindi l'emergere di una *physis*, di una "realtà fisica" che si mostra negli invarianti,²⁸ assolutamente indeterminata rispetto ad una fisica come teoria, intesa quale determinazione razionale, matematico-sperimentale, della realtà e del suo fondamento.

Il dibattito con Einstein sarà ancora una volta decisivo per Born quale stimolo ad allargare queste considerazioni sull'indeterminismo della relatività all'intera fisica classica. Racconta Born:

"Quando ho lasciato la cattedra di Edimburgo sono stato onorato con una 'Festschrift' (una pubblicazione in suo onore) che contiene un articolo di Einstein, nel quale presenta un argomento breve e chiaro per respingere l'interpretazione statistica della meccanica quantistica, basato sul suo concetto di realtà fisica. Io non ero d'accordo, e mi pareva perfino che la trattazione matematica di un esempio fosse insufficiente. Scrissi una replica in cui cercavo di giustificare il mio punto di vista statistico facendo vedere che la pretesa determinista della meccanica classica non è giustificata, perché dipende dall'ipotesi che dati assolutamente precisi abbiano un significato fisico, ed io consideravo questo un'assurdità. Perciò mi misi ad elaborare una formulazione statistica della meccanica classica. Poi proposi una trattazione diretta quantistica dall'esempio di Einstein e dimostrai che, nel limite classico, tendeva esattamente ai risultati che avevo ottenuto precedentemente con la mia formulazione statistica della meccanica classica."²⁹

Born lascia Edimburgo nel 1953 e scrive un saggio su "La situazione concettuale nella fisica", in cui è per la prima volta esposto questo punto di vista sulla incompletezza della meccanica classica:

"Quando Einstein non poté sostenere l'asserzione, che vi erano delle posizioni errate nella meccanica quantica, le attribui una 'incompleta' descrizione della natura. Ho già adoperato una volta in precedenza la stessa espressione nei riguardi delle equazioni differenziali della meccanica classica, che senza valori iniziali o al contorno, per i quali non si dà alcuna legge nella meccanica classica, sono incomplete. Anche nella teoria classica secondo me il pregiudizio deterministico porta a strane conseguenze. Si pensi ad N particelle ripartite irregolarmente in posizioni vicine e ad un'altra particella che viene respinta. Evidentemente per N grande il più insignificante cambiamento del moto iniziale genera non qualche piccola variazione della situazione finale ma una varietà enorme di grandi effetti. Quando inoltre tutte le particelle si trovano in moto come le molecole di un gas, ciò avviene in modo ancora maggiore. Perciò il supposto determinismo è semplicemente un'illusione."³⁰

E' questo il primo pieno riconoscimento della imprevedibilità che emerge già nella fisica classica per l'impossibilità di determinare esattamente le condizioni iniziali o al contorno. La sua genesi con l'interpretazione datane da Born è completamente differente da quella che oggi si cerca di contrabbandare sia in ambienti scientifici che epistemologici: dalle affermazioni che l'effettiva rivoluzione scientifica è questa della fisica del caos e non quella della fisica quantistica che avrebbe lasciato non scalfito nel

suo dominio il determinismo classico, fino ai tentativi di superare l'indeterminismo quantistico attraverso questa nuova forma classica di determinismo caotico.³¹

Tornare a Born ci permette una corretta ermeneutica della situazione: la fisica quantistica ha sostituito del tutto la fisica classica, è una teoria universale che si applica anche al mondo macroscopico, e anche se vi è un limite matematico in cui si riottiene il formalismo della fisica classica, questa è *concettualmente* sbagliata e la sua *semantica* non è adeguata. D'altra parte, non si dà una completezza della relatività o della fisica classica rispetto ad una incompletezza della fisica quantistica: tutte le teorie fisiche sono incomplete. Neppure si dà un determinismo effettivo della relatività o della fisica classica in contrapposizione all'indeterminismo quantistico: l'indeterminazione della *physis* emerge già per differenti aspetti e in differenti gradi nella fisica classica e relativistica come in quella quantistica. Ed è proprio il confronto al limite matematico in cui il formalismo classico deve coincidere con il formalismo quantistico che ci permette di individuare proprietà d'instabilità dinamica, caotiche ed imprevedibili di sistemi macroscopici che fino a poco tempo fa l'illusione del determinismo classico aveva celato.

3. Max Born e la formulazione di una nuova fisica classica e indeterminista

Nella conferenza per il ricevimento del premio nobel nel 1954, su "L'interpretazione statistica della meccanica quantistica", Born afferma ancora:

"La meccanica newtoniana è deterministica nel seguente senso: quando lo stato iniziale (posizioni e velocità di tutte le particelle) di un sistema è dato esattamente, è possibile calcolare mediante le leggi della meccanica lo stato in qualsiasi altro istante (precedente e seguente). Secondo questo modello sono stati costruiti tutti gli altri rami della fisica classica. Gradualmente il determinismo meccanico divenne una specie di articolo di fede: il mondo come macchina, come automa. Non vi è stato, nella filosofia antica e medioevale, per quanto posso vedere, nessun precursore di questa idea; essa è un prodotto dell'immenso successo della meccanica newtoniana, particolarmente in astronomia e nel XIX secolo divenne un principio filosofico dell'intera scienza esatta.

Io mi sono posto la domanda se ciò sia veramente giusto. Si possono effettivamente fare sulla base delle equazioni classiche del moto previsioni per qualsiasi istante? Si vede facilmente con semplici esempi che è così se si ammette la possibilità di misure assolutamente esatte (di posizione, di velocità o di altre grandezze). Consideriamo una particella che corre senza attrito su una linea retta fra due punti estremi (pareti), dove rimbalza in modo completamente elastico. Essa si muove con velocità costante v_0 in qua e in là e si può dire esattamente dove essa sarà ad un determinato istante, premesso che v_0 sia esattamente noto. Ma se si ammette una piccola inesattezza Δv_0 , la imprecisione della previsione della posizione al tempo t è uguale a $t \Delta v_0$ e cresce dunque con t . Attendendo abbastanza a lungo, sino all'istante $t_c = l / \Delta v_0$, in cui l è la distanza delle pareti elastiche, l'incertezza Δx è divenuta eguale all'intero intervallo l . Dunque non si può più in genere fare previsioni sulla posizione ad un dato istante posteriore a t_c . *Il determinismo si trasforma dunque in completo indeterminismo,*

quando si ammetta anche la minima imprecisione nel dato di velocità. Ha però un significato, voglio dire: un significato fisico, non metafisico, parlare di dati assoluti? E' giusto dire: la coordinata $x = \pi \text{ cm}$, in cui $\pi = 3,1415\dots$ è il noto numero trascendente che determina il rapporto fra la circonferenza del cerchio e il suo diametro? Come strumento matematico il concetto di numero reale, costituito da una frazione decimale infinita, è oltremodo importante e fruttuoso. Come misura di una grandezza fisica è un nonsenso. Quando si interrompe la frazione decimale per π alla 20sima o alla 25sima cifra si ottengono due numeri che non possono essere distinti l'uno dall'altro e dal vero π con nessuna misura. Secondo il principio euristico impiegato da Einstein nella teoria della relatività, da Heisenberg nella teoria dei quanti, tali concetti che non corrispondono ad alcuna osservazione concepibile sono da eliminare dalla fisica. Ciò è anche possibile qui senza difficoltà; occorre solo sostituire asserzioni come $x = \pi \text{ cm}$ con: la probabilità della ripartizione dei valori di x ha per $x = \pi \text{ cm}$ un massimo pronunciato e (se si vuole essere più esatti) aggiungere: di questa o quest'altra larghezza. *In poche parole si deve formulare anche la comune meccanica statisticamente.* Mi sono interessato un poco di questa questione negli ultimi tempi ed ho visto che è possibile senza difficoltà; ma non è questo il luogo per entrarvi in profondità. Vorrei solo mettere in evidenza che il determinismo della fisica classica si dimostra essere un'illusione, generata da una sopravvalutazione di costruzioni concettuali logico-matematiche. E' un idolo, non un ideale dello scienziato e non può perciò essere usato come obiezione contro l'interpretazione per principio indeterministica, statistica della meccanica quantica."³²

Era necessario riportare per esteso questo discorso di Born per mostrare quanto lucida fosse la sua consapevolezza dell'imprevedibilità della fisica classica: qui, non solo sono già presenti pienamente i termini essenziali della questione, ma è anche messo in discussione il ruolo metafisico giocato dalla matematica del continuo, dei numeri reali nella costruzione delle teorie fisiche.³³ Vi è inoltre prospettata una soluzione per liberare la fisica classica da tale elemento metafisico: è la stessa soluzione probabilistico-statistica su cui si basa la risoluzione quantistica di tale problema. Si tratta cioè di cambiare le variabili logico-matematiche su cui "quantificare", ovvero cambiare l'universo del discorso della teoria: sostituire gli enunciati sulle variabili-proprietà-grandezze fisiche con enunciati sulla probabilità di (enunciati sulle) variabili-grandezze fisiche, per i quali, a questa sorta di meta-livello, è possibile ancora usare una matematica del continuo senza che possa falsare la finitezza d'informazione di ogni misura di grandezze fisiche e la conseguente indeterminazione dinamica della loro evoluzione.

Il saggio completo su questa problematica è pubblicato da Born nel 1955 e si intitola: "La meccanica classica è effettivamente deterministica?"³⁴ Born qui afferma ancora:

"Ma è proprio certo che la meccanica classica permette in tutte le circostanze una determinazione preventiva? (...) Questi dubbi vengono aggravati dalla considerazione della teoria cinetica dei gas. Qui si dice di solito che il decorso è in linea di principio determinato e che solo l'ignoranza dell'esatto stato iniziale di un gran numero di molecole rende necessario introdurre la trattazione statistica. Da parecchio tempo la prima parte di questa concezione mi sembrava sospetta. Consideriamo il caso semplice di una molecola sferica in moto che urti elasticamente contro molte altre ferme (una

specie di gioco del Tivoli a tre dimensioni). Un piccolissimo cambiamento di direzione della velocità iniziale deve portare allora a grandi variazioni di percorso nel corso del moto a zig-zag; poichè un piccolo cambiamento angolare provoca sempre maggiori variazioni di posizione e perciò deve accadere alla fine che una sfera originariamente colpita viene mancata. Diminuiamo la deviazione angolare iniziale: il momento del cambiamento della traiettoria in un'altra viene ritardato, ma alla fine arriva. Se si esige la determinatezza ad ogni momento bisogna escludere ogni deviazione della direzione iniziale, anche minima. (Si tratta evidentemente di un doppio limite: numero degli urti tendente all'infinito, variazione di direzione tendente a zero; il risultato è senz'altro indeterminato.) Ma ciò ha un senso fisico? Io sono convinto che non ha nessun senso e che, anzi, sistemi di questo tipo siano effettivamente indeterminati. A confermare questa opinione è necessaria una precisa formulazione del concetto di determinazione."³⁵

Dopo avere ribadito il suo punto di vista, dal quale la meccanica classica è intrinsecamente statistica e non solo per un grande numero di particelle e per ignoranza, Born introduce una connessione dell'imprevedibilità con l'instabilità dinamica:

"Inoltre è opportuno distinguere per prima cosa fra stabilità dinamica ed instabilità. Un moto si chiama stabile quando una piccola variazione dello stato iniziale Δx_0 , Δv_0 (in cui x simbolizza l'insieme delle coordinate, v quello delle velocità) provoca solo una piccola variazione dello stato finale Δx , Δv (sicché per qualunque momento è $\Delta x < M \Delta x_0$, $\Delta v < M \Delta v_0$, in cui M è un numero fisso dell'ordine di grandezza di l). Negli altri casi il moto è chiamato instabile. E' plausibile che il moto della sfera nel caso sopra discusso del gioco del Tivoli sia instabile. (Più che mai ciò vale per un gas, composto di molte particelle elastiche in movimento). La questione se il moto dei pianeti sia stabile o no, è stata molto discussa. Io non so quale sia il risultato della ricerca moderna (teoria del problema dei tre e degli n -corpi); in ogni caso per i nostri scopi non ha alcuna importanza. Quello che importa è che vi sono sistemi, adatti a far da modelli di processi fisici, che innanzitutto rimangono all'interno di un campo spaziale limitato e che in secondo luogo sono caratterizzati da moti tutti dinamicamente instabili. Il modello gassoso, composto di sfere elastiche in un recipiente a pareti elastiche, è presumibilmente un modello di questo tipo, ma troppo complicato per essere trattato rigorosamente. E' sufficiente considerare il seguente semplice caso comunissimo: una particella dotata di massa si muove senza attrito su una retta (asse x) liberamente e rimbalza del tutto elasticamente alle estremità ($x = 0$, $x = l$). La coordinata x rimane per ogni stato iniziale (x_0 , v_0) nell'intervallo finito $0 < x < l$, la velocità v rimane costante, ma la deviazione Δx cresce proporzionalmente al tempo ($\Delta x = \Delta x_0 + t \Delta v_0$) e raggiunge qualunque valore grande in un tempo sufficientemente lungo. Ogni moto è dunque instabile.

Il nesso con il problema del determinismo è ora evidente. Se ci si vuole attenere all'idea che anche in questo sistema lo stato iniziale determina ogni altro stato, occorre richiedere valori assolutamente esatti di x_0 , v_0 , vietando qualsiasi deviazione, Δx_0 , Δv_0 . Si potrebbe parlare allora di determinatezza 'debole' in contrapposto ai casi 'forti', in cui tutti i moti sono dinamicamente stabili e perciò possibili delle previsioni

effettive. Ma questa sarebbe solo una scappatoia. La situazione effettiva è questa: dopo che un istante critico t_c viene raggiunto, l'incertezza che il punto massa possa trovarsi in qualche luogo dell'intervallo $0 < x < l$ è $\Delta x > l$. Cioè la posizione finale è indeterminata. Se si diminuisce sempre più Δv_0 , il momento critico semplicemente arretra, ma rimane sempre finito per qualsiasi Δv_0 finito. t_c diventa infinito solo per $\Delta v_0 = 0$, cioè per una velocità iniziale esattamente definita."³⁶

Poi, Born torna a discutere il problema del continuo, mettendo in evidenza ancora come uno stesso tipo d'impossibilità di determinazione sia alla base della rivoluzione relativistica, quantistica e di tale rivoluzionaria revisione della fisica classica, e come l'uso dei numeri reali, seppure al meta-livello probabilistico, sia necessario per l'applicazione dell'analisi. Si deve infatti tenere conto che, nel 1955, la possibile alternativa era solo quella radicale di equazioni alle differenze finite, non esistendo ancora alcuna formulazione organica di un'analisi costruttiva:³⁷

"La connessione con il problema del continuo diventa qui evidente. Una dettagliata discussione di questa questione condurrebbe troppo lontano. Bastano le seguenti brevi osservazioni: asserzioni come 'una grandezza x ha un valore esattamente determinato' (espresso da un numero reale, rappresentato da un punto del continuo matematico) non mi sembrano avere alcun senso fisico. La fisica moderna ha ottenuto i suoi maggiori successi con l'applicazione del principio metodologico che sono senza significato e devono essere eliminati quei concetti la cui applicazione esige differenziazioni inosservabili per principio. Esempi eminenti sono la creazione di Einstein della teoria della relatività particolare e generale (la prima respinge il concetto della contemporaneità assoluta, la seconda la differenza fra peso ed accelerazione come inosservabile) e la creazione di Heisenberg della meccanica quantica (eliminazione dalla teoria atomica di Bohr dei raggi delle orbite delle frequenze di rivoluzione che sono inosservabili). Il problema della continuità richiede per l'appunto lo stesso principio. Un'asserzione come $x = \pi \text{ cm}$ avrebbe un senso fisico solo se si potesse distinguere fra esso e $x = \pi_n \text{ cm}$, dove π_n è l'approssimazione di π mediante le prime n cifre decimali, e ciò per ogni n . Ma ciò non è possibile; ed anche se si suppone che in futuro la precisione aumenterà, si potrà sempre scegliere n tanto grande, che la distinzione sperimentale sia impossibile.

Naturalmente non penso con questo di bandire dalla fisica il concetto di numero reale. Esso è indispensabile per l'applicazione dell'analisi. Ma intendo: una situazione fisica deve essere descritta mediante numeri reali in modo che sia tenuto conto della naturale imprecisione di tutte le osservazioni.

Già 50 anni fa Felix Klein ha richiesto un analogo passo in geometria. Egli voleva avere invece della geometria astratta, esatta, una geometria pratica, nella quale entra al posto di un punto una piccola macchia, al posto della linea retta una stretta striscia, ecc. Però non ne è venuto fuori granché. La fisica frattanto ha sviluppato indipendentemente il necessario strumento, cioè la statistica fisica. L'espressione ' x è eguale ad un numero reale' viene sostituita da: 'la probabilità che x sia nell'intervallo $x_1 < x < x_2$ è $P(x_1, x_2)$ '. Qui x , x_1 , x_2 , P possono essere considerati come numeri reali perché ciò è comodo analiticamente, mentre l'esatta misurabilità delle grandezze non viene neppure

messa in questione; P rappresenta invece solo il risultato da attendersi all'incirca da un conteggio di casi che sono limitati dai valori approssimativi di x_1, x_2 . In altre parole la variabilità fisica vera e propria è la densità di probabilità $P(x)$.

La meccanica quantistica ha riconosciuto che questa è la sola giusta e possibile descrizione di una situazione fisica. (Essa tuttavia va con l'introduzione delle ampiezze di probabilità molto oltre questo punto di vista statistico)."³⁸

Infine, Born tratta la corrispondenza tra descrizione classica e quantistica, facendo notare come non sia il carattere statistico e indeterministico a distinguerle in quanto comune ad entrambe, e introducendo l'idea che la meccanica classica vada riformulata statisticamente secondo la già nota trattazione di Liouville, che poi richiamerà esemplarmente in un'appendice:

"Nella meccanica classica il metodo statistico viene usato solo per sistemi di moltissime particelle singole. Il nostro modello mostra che è possibile applicarle sempre, anche nel caso di una singola particella sotto le più semplici condizioni concepibili. Ciò non richiede alcuna nuova considerazione matematica; poichè la legge secondo cui varia la densità di probabilità è data immediatamente dal teorema di Liouville della meccanica. Ho esposto dettagliatamente le singolarità matematiche e la connessione con la meccanica quantica in altro luogo. Darò qui brevemente solo alcuni risultati.

Se in un primo momento si resta nel campo della meccanica classica, il nostro modello rappresenta il più semplice esempio del cosiddetto teorema ergodico della meccanica statistica. Si può dimostrare nel modo più semplice che una densità di probabilità iniziale che definisce quasi esattamente uno stato, transita col tempo nella cosiddetta ripartizione microcanonica. Essa si presenta da sé già con una particella, non ha nulla a che fare con il 'grande numero' di particelle. Solo quando si vuole passare alla ripartizione canonica, occorre considerare sistemi più complicati con scambio di energia.

Lo stesso concetto può ora essere trattato anche con la meccanica quantica. Uno stato iniziale con un'incertezza Δx_0 nella posizione iniziale è descritto mediante un pacchetto d'onde; l'indeterminazione Δv_0 della velocità iniziale non può essere resa piccola a piacere, ma è legata a Δx_0 dalla relazione d'indeterminazione di Heisenberg $\Delta x_0 \Delta v_0 > h / 2 m$, che rimane valida in qualsiasi istante, mentre i fattori Δx e Δv variano col tempo. Se sia Δx_0 che Δv_0 possono essere resi piccoli (per grandi masse), le formule quantistiche sono con grande approssimazione identiche a quelle classiche e sussiste di nuovo un istante critico t_c in cui il moto individuale cessa e subentra solo uno stato descrivibile statisticamente. Ciò corrisponde esattamente alla solita descrizione del moto in meccanica quantica mediante onde stazionarie, che per conseguenza è l'analogo della ripartizione microcanonica classica.

Riepilogando si può dire: *non è l'introduzione della descrizione indeterministica, statistica, che distingue la meccanica quantica dalla classica, ma altri aspetti, soprattutto la definizione della densità di probabilità come quadrato di una ampiezza di probabilità, $P = |\psi|^2$* . Da essa nasce il fenomeno dell'interferenza delle probabilità; ciò rende impossibile l'applicazione della comune rappresentazione

materiale alle particelle dotate di massa della fisica ed obbliga ad una revisione del concetto di realtà fisica."³⁹

La successiva presentazione formale di queste idee è elaborata da Born in una serie di lavori, il primo dei quali scritto con il suo collaboratore Hooton:⁴⁰ qui Born mostra, fra le altre cose, come l'indeterminazione in meccanica classica si dia anche in relazione ad un solo grado di libertà e non sia quindi una conseguenza della nostra ignoranza su un grande numero di particelle, e dà delle relazioni d'indeterminazione classiche dove il prodotto delle incertezze di una coppia propriamente scelta di variabili è costante, anche se ovviamente non è una costante universale come nel caso quantistico.

4. Complessità, relatività e indeterminazione: il crollo della metafisica occidentale

Che il crollo dell'idolo della determinazione e del determinismo non sia soltanto il crollo di un particolare paradigma della fisica teorica, ma abbia una rilevanza molto più grande, Born lo evidenzia in un passo di un saggio del 1958, in cui discute del materialismo:

"Il risultato è che non è il caso di parlare di vero e proprio determinismo nemmeno nella più semplice e classica delle scienze, la meccanica, e naturalmente a maggior ragione negli altri campi di ricerca. E ciò vale del tutto indipendentemente dal punto di vista particolare della meccanica quantistica. Con ciò cade però l'idea del determinismo in generale. L'applicazione di questa idea a eventi storici è fantastica. Al tempo di Marx ed Engels si credeva, sotto l'influenza dei calcoli di previsione astronomici, al determinismo meccanico, benché propriamente non ci sia alcuna fondata ragione perché sin da allora il problema non sia stato studiato più esattamente. Oggi nessuno degli studiosi dei fenomeni naturali potrebbe più accettare le superstizioni deterministiche a cui appartiene il materialismo storico."⁴¹

E nel 1959 aggiunge:

"...l'idea deterministica ha dominato non solo in fisica ma anche in tutta la scienza naturale, ed ha avuto una grande influenza in filosofia. Si tratta di uno di quei passaggi al limite a cui è propenso lo spirito umano, e da cui generalmente derivano dei guai. In questo caso c'era una fede eccessiva nella potenza del metodo delle scienze positive, passato ad altre scienze come la storia, la sociologia, l'economia politica, che ne avevano molto meno diritto. (...) Una misura assolutamente precisa sarebbe demoniaca e non umana. Essa non è solo concettualmente un'astrazione che si può tranquillamente definire priva di significato, ma è anche in contraddizione con le leggi fisiche stesse, per esempio con la teoria cinetica del calore...Si possono migliorare le condizioni di misurabilità lavorando a basse temperature. Ma lo zero assoluto è irraggiungibile, non si potrà dunque mai eliminare completamente la limitazione termica della misurabilità.(...) se si vuole definire letterariamente il determinismo, lo chiamerei un romanzo di fantasia: quello che in inglese si chiama *fiction*."⁴²

In effetti, seppure la rivoluzione scientifica del XVII secolo aveva segnato l'autonomia della disciplina fisica dalla filosofia,⁴³ il determinismo fisico con essa affermatosi non rappresenta altro che la continuazione più coerente e l'ipostasi realizzata della metafisica occidentale dopo Anassimandro, basata sul principio di determinazione razionale della *physis*, attraverso la determinazione matematica del *logos* e sperimentale della *tèchne*.⁴⁴ Così, a prescindere dalle particolari presupposizioni delle particolari teorie scientifiche che hanno sancito il crollo del determinismo fisico, ovviamente criticabili da un punto di vista filosofico esterno in quanto appunto legate fundamentalmente ad una certa metafisica, tale crollo del determinismo fisico segna il crollo della metafisica occidentale *tout court*. La relatività e la fisica quantistica hanno preso atto e dimostrato come tale determinazione matematico-sperimentale della *physis* non possa essere rispettivamente né assoluta-invariante né conseguentemente reale, e ancora né totale-indipendente dalle condizioni di osservazione né ancora conseguentemente reale. La nuova fisica del caos, come è stato possibile comprendere attraverso un'analisi della sua genesi storica nei lavori di Born, mostra ancora come tale determinazione matematico-sperimentale non possa essere mai, neanche a livello macroscopico, né esatta né evolutivamente stabile, e come la corrispondente indeterminazione della *physis* sia alla base della complessa, irriducibile, varietà dei processi fisici osservabili.

In precedenza, si riteneva che la fenomenologia macroscopicamente osservabile indicasse un ordine e una semplicità essenziale del mondo, specchio di una sua determinazione razionale, matematicamente e sperimentalmente rivelabile;⁴⁵ la nuova fisica mostra invece una complessità caotica del mondo, che non è altro che la controparte della sua indeterminazione a tutti i livelli di osservazione.

Edgar Morin ha invero connesso l'indeterminazione quantistica alla complessità, riducendo la prima ad una forma della seconda, cercando di riassorbire poi entrambe in un principio epistemologico di "incertezza generalizzata":⁴⁶ si tratta tuttavia in definitiva del più articolato ed estremo tentativo di una completa determinazione razionale del mondo, che per tenere conto delle più recenti rivoluzioni della fisica è costretto a mischiare alla base del suo schema ipotetiche categorie gnoseologiche deterministe ed indeterministe in una sintesi "complessa" data da "complementarietà antagoniste". Si è mostrato però che conseguenza della nuova fisica del caos è che non vi sono domini di determinismo che ancora possano valere, neanche a livello macroscopico, e che quindi l'indeterminazione della *physis* è assoluta e irriducibile. La portata storica di questa nuova fisica del caos e della complessità, considerata unitariamente alla fisica relativistica e quantistica, è effettivamente "epocale" invece proprio in quanto con esse crolla quel principio di determinazione razionale-nomologica del mondo che è fondamento di ogni metafisica ontologica o epistemologica: l'indeterminazione della *physis* non può quindi assolutamente assurgere a principio epistemologico positivo, essendone al contrario la sua definitiva negazione. E' la natura stessa della fisica quale teoria a mutare: dal progetto metafisico di determinazione razionale della realtà fisica e del suo fondamento si passa in effetti al mostrarsi della indeterminabilità della natura in corrispondenza alla "de-costruzione" di tutte le sue possibili determinazioni matematico-sperimentali.

L'indeterminismo, storicamente derivato dalla fisica quantistica, implica il crollo degli schemi rappresentativi "razionalmente visualizzabili", di tutti gli schemi percettivi e razionali antropomorfici della *physis*, restituendoci *una natura non compresa, ma piuttosto in cui lasciarsi com-prendere*. Cioè, l'indeterminismo rende impossibile "la

riduzione del mondo ad immagine".⁴⁷ Born, e con lui la nuova fisica del caos, ha realizzato pienamente l'indeterminismo: ha smascherato anche il determinismo classico come un'illusione. Ovvero, la stessa heideggeriana "epoca dell'immagine del mondo" è smascherata come un'illusione, una cattiva consapevolezza: nemmeno nel determinismo della fisica classica, in cui si è ipostatizzata la metafisica occidentale, era effettivamente possibile ridurre il mondo ad immagine della nostra razionalità, a dominio assoluto della nostra volontà di potenza.

Note e Bibliografia

- 1 Si vedano ad esempio: G. Bocchi e M. Ceruti (a cura di), *La sfida della complessità*, Feltrinelli, Milano 1985; M. Ceruti e E. Laszlo (a cura di), *Physis: abitare la terra*, Feltrinelli, Milano 1988; Supplemento ad Alfabeta n. 92, Gennaio 1987, Milano; E.Laszlo, *Evolution*, tr. it. di G. Bocchi, *Evoluzione*, Feltrinelli, Milano 1986.
- 2 E. Morin, *La Méthode. I. La Nature de la Nature*, Seuil, Paris 1977, tr. it. parziale di G. Bocchi, *Il metodo*, Feltrinelli, Milano 1983; E. Morin, *La Méthode. II. La Vie de la Vie*, Seuil, Paris 1980, tr. it. parz., *La vita della vita*, Feltrinelli, Milano 1987 e *Il pensiero ecologico*, Hopefulmonster, Firenze 1988; E. Morin, *La Méthode. III. La Connaissance de la Connaissance / 1-3*, Seuil, Paris 1986, tr. it. del primo volume di A. Serra, *La conoscenza della conoscenza*, Feltrinelli, Milano 1989; E. Morin, *La Méthode. IV. Les Idées*, Seuil, Paris 1990; E. Morin, *Science avec conscience*, Fayard, Paris 1982, tr. it. di P. Quattrocchi, *Scienza con coscienza*, Franco Angeli, Milano 1984; M. Ceruti, *Il vincolo e la possibilità*, Feltrinelli, Milano 1986; M. Ceruti, *La danza che crea*, Feltrinelli, Milano 1989; M. Ceruti e L. Preta (a cura di), *Che cos'è la conoscenza*, Laterza, Roma-Bari 1990; M. Ceruti e E. Morin (a cura di), *Semplicità e complessità*, 50 rue de Varenne, suppl. a Nuovi Argomenti n. 25, Marzo 1988; I. Prigogine e I. Stengers, *La Nouvelle Alliance. Métamorphose de la science*, Gallimard, Paris 1979, tr. it. integrata e curata da P. D. Napolitani, *La nuova alleanza*, Einaudi, Torino 1981; P. Alferj e A. Pilati (a cura di), *Conoscenza e complessità*, Theoria, Roma 1990; F. Bazzani et al., *Etica e linguaggi della complessità*, Franco Angeli, Milano 1986; G. Barbieri e P. Vidali, *La ragione possibile*, Feltrinelli, Milano 1988; P. Livingston (a cura di), *Ordine e disordine*, DSE, Bologna 1987. Per una prima critica della cosiddetta "epistemologia della complessità" e per un superamento del paradigma epistemologico, si veda: E. Giannetto, *L'epistemologia quantistica come metafora antifondazionistica*, in S. Petruccioli e M. La Forgia (a cura di), *Immagini Linguaggi Concetti*, Theoria, Roma 1992.
- 3 Si veda ancora E. Morin, *La Méthode*, op. cit.
- 4 Si vedano ad esempio: I. Stengers, *Perché non può esserci un paradigma della complessità*, in G. Bocchi e M. Ceruti (a cura di), *La sfida della complessità*, op. cit., p. 61; C. Formenti, *Per mancare la sintesi*, e M. Berman, *La natura non è un paradigma*, entrambi in Suppl. ad Alfabeta n.92, op. cit., rispettivamente pp. I-II e V.
- 5 G. J. Chaitin, *Information-Theoretic Computational Complexity*, IEEE Trans. Inf. Th., IT-20 (1974), p. 10; G. J. Chaitin, *Randomness and Mathematical Proof*, Sci. Am. vol. 232 (1975), p. 47; G. J. Chaitin, *Gödel's Theorem and Information*, Int. J. Theor. Phys. 21 (1982), p. 941; G. J. Chaitin, *Information, Randomness &*

- Incompleteness*, World Scientific, Singapore 1987; J. Barrow, *The World within the World*, Oxford University Press, Oxford 1988, tr.it. di F. Di Liberto e S. Chiarini, *Il mondo dentro il mondo*, Adelphi, Milano 1991; N. C. A. da Costa and F. A. Doria, *Undecidability and Incompleteness in Classical Mechanics*, Int. J. Theor. Phys. 30 (1991), pp. 1041-1073; C. Agnes and M. Rasetti, *Word problem, undecidability and chaos*, in G. Paladin and A. Vulpiani (eds.), *Advances in Nonlinear Dynamics and Stochastic Processes II*, World Scientific, Singapore 1987, pp. 1-24.
- 6 Si vedano ad esempio: P. Cvitanovic (ed.), *Universality in Chaos*, Adam Hilgher, 1984; H. G. Schuster, *Deterministic Chaos: An Introduction*, VCH Publishers, 1984; R. Abraham and J. E. Marsden, *Foundations of Mechanics*, 2^a ed., Addison-Wesley, Reading (Mass.) 1978; J. Moser, *Stable and Random Motions in Dynamical Systems*, Princeton University Press, Princeton, 1974; D. L. Stein (ed.), *Complex Systems*, Addison Wesley, New York 1989; A. J. Lichtenberg and M. A. Lieberman, *Regular and Stochastic Motion*, Springer-Verlag, New York 1983; M. Tabor, *Chaos and Integrability in Nonlinear Dynamics*, Wiley, New York 1989; G. Nicolis and I. Prigogine, *Exploring Complexity. An Introduction*, Piper GmbH, München 1987, tr. it. di M. Andreatta e M. S. De Francesco, *La Complessità*, Einaudi, Torino 1991; M. F. Barnsley and S. G. Demko (eds.), *Chaotic Dynamics and Fractals*, Academic Press, New York 1986; G. Casati and J. Ford (eds.), *Stochastic Behavior in Classical and Quantum Hamiltonian Systems*, Lecture Notes in Physics, vol. 93, Springer-Verlag, New York 1979; G. Casati (ed.), *Chaotic Behavior in Quantum Systems*, Plenum Press, New York 1985; J. Ford, *How Random is a Coin Toss?*, Physics Today 36, n. 4 (1983), p. 40; J. Gleick, *Chaos: Making a New Science*, Viking, New York 1987, tr. it. di L. Sosio, *Caos*, Rizzoli, Milano 1989; G. Casati (a cura di), *Il Caos. Le leggi del disordine*, Le Scienze, Milano 1991.
- 7 J. C. Maxwell, *Science and Free Will*, in L. Campbell and W. Garnett, *The Life of James Clerk Maxwell*, Macmillan, London 1882, p. 443; G. Israel, *Poincaré et Enriques: deux points de vue différents sur les relations entre géométrie, mécanique et physique*, in L. Boi, D. Flament, J.-M. Salanskis (eds.), *1830-1930: A Century of Geometry*, Lecture Notes in Physics, Springer-Verlag, Berlin 1992, pp. 107-126; H. Poincaré, *Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle*, Journal de Mathématiques Pures et Appliquées, s. 3, **7** (1881), pp. 375-422; s. 3, **8** (1882), pp. 251-296; s. 4, **1** (1885), pp. 167-244; s. 4, **2** (1886), pp. 151-217; H. Poincaré, *Méthodes Nouvelles de la Mécanique Céleste*, 3 tomes, Gauthier-Villars, Paris 1892-1893-1899; H. Poincaré, *La science et l'hypothèse*, Flammarion, Paris 1902, tr. it. di M. G. Porcelli, *La scienza e l'ipotesi*, Dedalo, Bari 1989; H. Poincaré, *La valeur de la science*, Flammarion, Paris 1905, tr. it. di G. Ferraro, *Il valore della scienza*, Dedalo, Bari 1992; H. Poincaré, *Calcul des Probabilités*, Gauthier-Villars, Paris 1912; H. Poincaré, *Opere epistemologiche*, tr. it. di M. Borchetta, C. Milanese, S. Sacchitella, a cura di G. Boniolo, Piovani, Abano Terme (PD) 1989; H. Poincaré, *Oeuvres de Henri Poincaré*, 11 tomes, Gauthier-Villars, Paris 1934-1953; A. N. Kolmogorov, *Preservation of conditionally periodic movements with small change in the Hamilton function*, Akad. Nayk SSSR Doklady **98** (1954), p. 527, tr. ingl. in G. Casati and J. Ford (eds.), op. cit., p. 51; E. N. Lorenz, *Deterministic nonperiodic flow*, J. Atm. Sci. **20** (1963), pp. 130-141; E. N. Lorenz, *The problem of deducing the climate from the governing equations*, Tellus **16** (1964), pp. 1-11.

- 8 Si vedano ad esempio: J. Ford, *How random ...*, op. cit.; A. V. Gaponov-Grekhov and M. I. Rabinovich, *Nonlinear Physics. Stochasticity and Structures*, in *Physics of the 20th Century. History and Outlook*, tr. ingl. dal russo di A. Repeyev, Mir, Moscow 1984-1987.
- 9 M. Born and P. Jordan, *Zur Quantenmechanik*, Z. Phys. 34 (1925), pp. 885-888; M. Born, W. Heisenberg and P. Jordan, *Zur Quantenmechanik II.*, Z. Phys. 35 (1926), pp. 557-615: tr. ingl. di questi due articoli sono presenti in B. L. van der Waerden (ed.), *Sources of Quantum Mechanics*, North-Holland, Amsterdam 1967; M. Born, *Zur Quantenmechanik der Stossvorgänge*, Zeit. Phys. 37 (1926), pp. 863-867, tr. ingl. in J. A. Wheeler and W. H. Zurek (eds.), *Quantum Theory and Measurement*, Princeton University Press, Princeton 1983, pp. 52-55; M. Born, *Quantenmechanik der Stossvorgänge*, Zeit. Phys. 38 (1926), pp. 803-827; M. Born, *Zur Wellenmechanik der Stossvorgänge*, Göttinger Nachrichten (1926), pp. 146-160; M. Born, *Das Adiabatenprinzip in der Quantenmechanik*, Zeit. Phys. 40 (1926), pp. 167-192; si vedano anche le raccolte di pubblicazioni: M. Born, *Ausgewählte Abhandlungen*, 2 voll., Göttingen 1963; M. Born, *Zur statistischen Deutung der Quantentheorie*, 2 voll., e *Zur Begründung der Matrizenmechanik*, entrambe pubblicate in *Dokumente der Naturwissenschaft, Abteilung Physik*, Stuttgart 1962; M. Born, *My Life. Recollections of a Nobel Laureate*, Scribner, New York 1968-1978, tr. it. di P. Camiz, *Autobiografia di un fisico*, Editori Riuniti, Roma 1980.
- 10 Si vedano ad esempio: A. Hermann, *Max Born. Eine Biographie*, in M. Born, *Zur statistischen Deutung der Quantentheorie*, op. cit., pp. 1-33; H. Vogel, *Physik und Philosophie bei Max Born*, Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1968; K. Hiroyuki, *The historical roots of Born's probabilistic interpretation*, JSHS 17 (1978), pp.129-145.
- 11 A. Einstein, M. Born, H. Born, *Briefwechsel 1916-1955*, Nymphenburger, München 1969, tr. it. di G. Scattone, *Einstein-Born. Scienza e vita*, Einaudi, Torino 1973.
- 12 Un "principio di determinazione", ontologico o semantico-gnoseologico, in effetti sta alla base dello stesso principio logico di non contraddizione; il "principio del determinismo", sebbene distinto dal "principio di determinazione", in qualsiasi sua forma lo presuppone: tale connessione è particolarmente evidente allorché il "principio del determinismo" si formuli in termini del teorema di esistenza e unicità delle soluzioni di un sistema di equazioni differenziali (per la meccanica classica, esso può così enunciarsi: lo stato iniziale di un sistema meccanico, ovvero l'insieme *determinato* delle posizioni e delle velocità dei punti del sistema ad un certo tempo, determina univocamente tutto il suo moto). Le relazioni d'indeterminazione di Heisenberg in fisica quantistica manifestamente confutano sia il "principio di determinazione" che, conseguentemente, il "principio del determinismo". La crisi del determinismo ha comunque radici storiche più "profonde" nella storia della fisica: limitandosi alla storia della fisica post-"rivoluzione scientifica", la teoria cinetica dei gas, la meccanica statistica, il problema delle soluzioni singolari delle equazioni differenziali, la formulazione di una cosiddetta "meccanica ereditaria" avevano già minato in ambito "classico" il presupposto dominio del determinismo, fornendo in qualche modo le "condizioni di possibilità" storiche della genesi dell'indeterminismo quantistico. Tuttavia, è dalla prospettiva dell'indeterminismo quantistico che tali eventi nella storia della fisica possono ricevere una nuova interpretazione quali

- "fratture epistemologiche" anziché riaggiustamenti del dominante paradigma determinista. Si vedano ad esempio: A. Fine, *The Shaky Game*, The University of Chicago Press, Chicago 1986; J. Rothstein, *Physics of selective systems: computation and biology*, Int. J. Theor. Phys. 21 (1982), p. 327; H. Primas, *Mathematical and Philosophical Questions in the theory of Open and Macroscopic Quantum Systems*, in A. I. Miller (ed.), *Sixty-Two Years of Uncertainty*, Plenum Press, New York 1990, p. 233; M. Jammer, *The Philosophy of Quantum Mechanics*, Wiley, New York 1974; E. Giannetto, *The Epistemological and Physical Importance of Gödel's Theorems*, in Z. W. Wolkowski (ed.), *Proceedings of the First International Conference on Gödel's Theorems*, Pergamon Press, Oxford 1992; E. Giannetto, *Teoria quanto-relativistica delle fasi macroscopiche della materia condensata: la transizione fluido-solido*, tesi di dottorato, Messina 1992.
- 13 A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen, *Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete?*, Phys. Rev. 47 (1935), pp. 777-780.
- 14 Si vedano ad esempio: A. Einstein, M. Born, H. Born, op. cit. e i riferimenti citati alla nota 12. D. Howard, *Einstein and Eindeutigkeit: A Neglected Theme in the Philosophical Background to General Relativity*, in J. Eisenstaedt and A. J. Kox (eds.), *Einstein and the History of General Relativity II*, Einstein Studies vol. 3, Birkhäuser, Boston 1991, p. 154; D. Howard, "Nicht Sein Kann Was Nicht Sein Darf". Or the Prehistory of the EPR, 1909-1935: Einstein's Early Worries About the Quantum Mechanics of Composite Systems, in A. I. Miller (ed.), *Sixty-Two ...*, op. cit., p. 61.
- 15 N. Bohr, *Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete?*, Phys. Rev. 48 (1935), pp. 696-702.
- 16 Si veda ad esempio: B. D'Espagnat, *Conceptual Foundations of Quantum Mechanics*, Benjamin, Reading (Mass.) 1976, tr. it. di E. Galzenati, *I fondamenti concettuali della meccanica quantistica*, Bibliopolis, Napoli 1980.
- 17 E. Giannetto, *Il crollo del concetto di spazio-tempo negli sviluppi della fisica quantistica: l'impossibilità di una ricostruzione razionale nomologica del mondo*, in G. Boniolo, *Aspetti epistemologici dello spazio e del tempo*, Borla, Roma 1987, pp. 169-224; E. Giannetto, *Fisica Quantistica e Verità Logica*, Epistemologia XII (1989), pp. 261-276; E. Giannetto, *La logica quantistica tra i fondamenti della matematica e i fondamenti della fisica*, in U. Bartocci and J. P. Wesley (eds.), *Foundations of Mathematics & Physics*, Wesley, Blumberg 1990, pp. 107-127.
- 18 K. Gödel, *Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I*, Monatshefte für Mathematik und Physik 38 (1931), pp. 173-198, tr.it. di E. Agazzi, in E. Agazzi, *Introduzione ai problemi dell'assiomatica*, Vita e Pensiero, Milano 1961, e anche nuova trad., *Sulle proposizioni formalmente indecidibili dei Principia Mathematica e di sistemi affini I*, in S. G. Shanker (ed.), *Gödel's Theorem in focus*, Croom, London 1988, tr. it. di P. Pagli, *Il teorema di Gödel*, Muzzio, Padova 1991, pp. 21-62.
- 19 L. Löwenheim, *Über Möglichkeiten im Relativkalkül*, Math. Ann. 76 (1915), p. 447; Th. Skolem, *Logisch-Kombinatorische Untersuchungen über die Erfüllbarkeit oder Beweisbarkeit mathematischer Sätze nebst einem Theoreme über dichte Mengen*, Videnskapsselskapets Skrifter I, 4 (1920), pp. 1-13, tr. ingl. in J. van Heijenoort (ed.), *From Frege to Gödel. Source book in the history of mathematical logic*,

- Harvard University Press, Cambridge (Mass.) 1967, pp. 252-263, e tr. it. parziale di A. Cantini, *Ricerche logico-combinatorie sulla soddisfacibilità delle proposizioni matematiche unitamente ad un teorema sugli insiemi densi*, in E. Casari (a cura di), *Dalla logica alla metalogica*, Sansoni, Firenze 1979, pp. 93-106; Th. Skolem, *Über die Nichtcharakterisierbarkeit der Zahlenreihe mittels endlich oder abzählbar unendlich vieler Aussagen mit ausschliesslich Zahlenvariablen*, *Fundam. Mathem.* 23 (1934), pp. 150-161, tr. it. di A. Cantini, *Sull'impossibilità di caratterizzare la serie dei numeri mediante un numero finito oppure infinito numerabile di proposizioni in cui occorrono solo variabili numeriche*, in E. Casari (a cura di), op. cit., pp. 125-135.
- 20 P. Cohen, *Set Theory and Continuum Hypothesis*, Benjamin, New York 1966, tr. it. di G. Lolli, *La teoria degli insiemi e l'ipotesi del continuo*, Feltrinelli, Milano 1973; C. Mangione, *La logica nel ventesimo secolo I, II*, in L. Geymonat, *Storia del pensiero filosofico e scientifico*, voll. 8 e 9, Garzanti, Milano 1972-1976; M. Kline, *Mathematics: The Loss of Certainty*, Oxford University Press, Oxford 1980, tr. it. di M. Turchetta, D. Rubini e L. Bonatti, *Matematica: la perdita della certezza*, Mondadori, Milano 1985; si vedano inoltre i riferimenti alla nota 17.
- 21 M. Born, *Some Philosophical Aspects of Modern Physics*, *Proc. Roy. Soc. Edin.* 57 (1936), pp. 1-18 e ristampato in M. Born, *Physik im Wandel Meiner Zeit*, Friedr. Vieweg, Braunschweig 1957, tr. it. di C. Carrà, *La fisica e il nostro tempo*, Sansoni, Firenze 1961, pp.69-98, citazione dalla tr. it. pp. 82 e 88.
- 22 A. Einstein, M. Born, H. Born, op. cit., citazione dalla tr. it. pp. 216-17.
- 23 M. Born, *Physics and Metaphysics*, *Mem. Manch. lit. and phil. Soc.* 91 (1950), pp. 35-53 e anche in *Science News* 17 (1950), pp. 9-27 e ancora in M. Born, *Physik im Wandel...*, op. cit., citazione dalla tr. it. p. 177.
- 24 A. Einstein, M. Born, H. Born, op. cit., citazione dalla tr. it. p. 222.
- 25 Per questa interpretazione indeterministica della relatività, mi sia permesso di rinviare a due miei lavori di prossima pubblicazione: *Fisica Relativistica e Verità Logica*, e *An Indeterministic Interpretation of Einstein's Theories of Relativity* . Per i rapporti tra indeterminazione e indecidibilità si rimanda inoltre ai riferimenti della nota 17 e soprattutto a E. Giannetto, *The Epistemological...*, op. cit. .
- 26 H. Dingle, *Philosophy of Physics, 1850-1950*, *Nature* vol. 168 (1951), pp. 630-636 e specialmente p. 633.
- 27 M. Born, *Physical Reality*, *Philosophical Quarterly* 3 (1953), pp. 139-149, ristampato in M. Born, *Physik im Wandel...*, op. cit.: si veda la tr. it., pp. 239-243; M. Born, *Physik und Politik*, Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen 1960, tr. it. di M. Ferretti in M. Born, *Il potere della fisica*, Boringhieri, Torino 1962: si veda il saggio tradotto con il titolo "*Il concetto di realtà*" (1958) alle pp. 55-57.
- 28 Questo rapporto tra il concetto di invarianti e realtà fisica, che è basilare nella fisica relativistica, è un tema di riflessione costante nell'opera di Born e sarà alla base del suo tentativo di unificazione di fisica quantistica e relativistica e del suo "principio di reciprocità": M. Born, *Relativity and Quantum Theory*, *Nature* 141 (1938), p. 327; M. Born, *A suggestion for Unifying Quantum Theory and Relativity*, *Proc. Roy. Soc. A* 165 (1938), pp. 291-303. Più specificatamente, si vedano i due saggi sul concetto di realtà citati alla nota precedente, e anche M. Born, *Some Philosophical Aspects...*, op. cit. Inoltre, il carteggio con Einstein già citato, e comunque la raccolta di

- pubblicazioni: M. Born, *Ausewöhlte Abhandlungen*, op. cit.; si vedano anche M. Born, *Die Relativitätstheorie Einsteins und ihre physikalischen Grundlagen*, Berlin 1923, e la sua edizione riveduta e aumentata, *Einstein's Theory of Relativity*, 1962, tr. it. di G. Soliani e E. Napolitano, *La sintesi einsteiniana*, Boringhieri, Torino 1969; M. Born, *Natural Philosophy of Cause and Chance*, Clarendon, Oxford 1949, tr. it. di V. Geymonat, *Filosofia naturale della causalità e del caso*, Boringhieri, Torino 1962, pp. 152-159.
- 29 M. Born, *My Life...*, op. cit., pp. 430-431. Su tale circostanza di stimolo del "contrasto" con Einstein, Born è esplicito anche in *Albert Einstein und das Lichtquantum*, *Naturwissenschaften* 11 (1955), pp. 425-431, ristampato in M. Born, *Physik im Wandel...*, op. cit.: si vedano pp. 361-362 della traduzione italiana. L'articolo di Einstein cui si riferisce Born è il seguente: A. Einstein, *Elementare Überlegungen zur Interpretation der Grundlagen der Quanten-Mechanik*, in *Scientific Papers presented to Max Born*, Hafner, New York 1953, pp. 33-40. La critica di Born a tale articolo è formulata in: M. Born, *Continuity, determinism and reality*, *Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab (Mat.-Fys. Medd.)* 30, n.2 (1955), pp. 1-26.
- 30 M. Born, *The Conceptual Situation in Physics and the Prospects of the Future Development*, *Proc. Phys. Soc.* 66 (1953), pp. 501-513, ristampato anche in tedesco in *Phys. Blätter* 10 (1954), p. 193 e in *Physik im Wandel...*, op. cit.: la citazione è dalle pp. 193-194 della traduzione italiana di quest'ultima. E' interessante notare che in un saggio del 1928, Born aveva preso partito contro la posizione secondo la quale il determinismo nella fisica classica è un'illusione, e citava invece come fautore di essa (rilevante era la considerazione che la meccanica statistica fosse intrinsecamente probabilistica, e non per soggettiva ignoranza) R. von Mises: R. von Mises, *Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit*, Springer, Wien 1928; M. Born, *Über den Sinn der physikalischen Theorien*, *Nachr. Ges. Wiss. Göttingen* (1928), pp. 51-70 e anche *Naturwiss.* 17 (1929), pp. 109-118, e poi ristampato in *Physik im Wandel...*, op. cit.: si vedano le pp. 63-64 della traduzione italiana. Un argomento simile a quello di von Mises, fu presentato anche da A. Landé: A. Landé, *Probability in Classical and Quantum Theory*, in *Scientific Papers...*, op. cit., pp. 59-64. Inoltre, come riportato in M. Jammer, *The Philosophy of...*, op. cit., pp. 277-278, anche Popper (da un punto di vista simile, in parte, a quello di von Mises e differente da quello poi assunto da Born) espresse l'idea di una visione indeterministica della fisica classica, "... (in so far as the unpredictability of the events... is not mitigated by the predictability of their frequencies)": K. R. Popper, *Indeterminism in quantum physics and in classical physics*, *British J. Phil. Sci.* 1 (1950), pp. 117-133 e 173-195; M. Jammer, *Indeterminacy in physics*, in P. P. Wiener (ed.), *Dictionary of the History of Ideas*, Scribner's, New York 1973, vol. 2, pp. 586-594: qui, Jammer oltre a fornire interessanti esempi storici d'indeterminismo nel pensiero fisico-filosofico, introduce una distinzione tra tre tipi d'indeterminismo, quale legato alla a-causalità, o all'impredicibilità, o all'inesattezza delle misure. Tale distinzione si deve, a mio avviso, considerare inessenziale, in quanto indicano un'unica non-determinabilità razionale, matematico-sperimentale, del mondo su più piani e gradi. Jammer cita, tra gli altri filosofi indeterministi, Charles Sander Peirce, ma non evidenzia abbastanza come le sue idee implicino una precorritrice interpretazione indeterminista della

fisica classica e anche una prospettiva suggestiva dell'attuale fisica del caos: C. S. Peirce, *The Architecture of Theories*, *The Monist* 1 (1891), pp. 161-176, ripubblicato in *Collected Papers*, Belknap Press of Harvard University Press, Cambridge (Mass.) 1931-1958, vol. 6, (specialmente il paragrafo 13), tr. it. del tutto parziale a cura di M. A. Bonfantini, R. Grazia, G. Proni e M. Ferraresi, *Le leggi dell'ipotesi*, Bompiani, Milano 1984, pp. 59-77; questo saggio era stato precedentemente tradotto anche in un'altra antologia: C. S. Peirce, *Scritti di Filosofia*, tr. it. di L. M. Leone, Cappelli, Bologna 1978, pp. 181-193. Il saggio fondamentale di Peirce su questi temi è comunque: *The Doctrine of Necessity*, *The Monist* 2 (1892), pp. 321-337, ripubblicato in C. S. Peirce, *Collected Papers*, op. cit., vol. 6, pp. 28-45, e tradotto in C. S. Peirce, *Scritti di Filosofia*, op. cit., pp. 194-208. Qui Peirce articola, attraverso una sua breve storia, una completa confutazione del determinismo e si trovano passi di grande rilevanza come il seguente: "...For the essence of the necessitarian position is that certain continuous quantities have certain exact values. Now, how can observation determine the value of such a quantity with a probable error absolutely nil ?...".

Tornando a Popper, questi ha poi ripreso e ampliato le sue argomentazioni contro il "determinismo scientifico" in: K. R. Popper, *The Open Universe. An argument for Indeterminism*, in *Postscript to the Logic of Scientific Discovery*, Rowman & Littlefield, Totawa, e Hutchinson, London 1982-83, a cura di W. W. Bartley III, tr. it. di R. Festa, *Poscritto alla logica della scoperta scientifica. II. L'universo aperto*, il Saggiatore, Milano 1984. Questi scritti di Popper risalgono però al periodo 1951-56 e sono rimasti inediti per più di un venticinquennio. Qui, Popper, oltre ad un argomento legato alla sua interpretazione propensionale della probabilità fisica, presenta essenzialmente tre argomenti contro il determinismo: uno più strettamente logico-filosofico sull'impossibilità dell'auto-predizione scientifica, e gli altri due legati alla discussione della fisica classica, ovvero quello dell'asimmetria passato-futuro e quello del carattere approssimato della conoscenza scientifica. Non è qui possibile discutere per esteso tali argomenti: a mio avviso è sufficiente far notare che la sua critica è rivolta ad un determinismo cosmologico-globale, falsificabile anche da un solo processo indeterminato, e che tale critica è spesso legata a posizioni filosofiche sue specifiche e non sempre condivisibili. Il suo argomento più efficace è quello del carattere approssimato della conoscenza scientifica, dove in effetti entra in gioco l'imprecisione possibile delle condizioni iniziali in fisica classica: tuttavia, tale imprecisione non è mai caratterizzata come assoluta e ineludibile, non è mai trattata in modo matematicamente rigoroso, e ha una sua rilevanza soltanto nel caso di particolari sistemi complessi da trattare statisticamente (fra l'altro, si deve tener conto che Popper non accettò mai l'indeterminismo quantistico come legato ai singoli processi, ma cercò di darne un'interpretazione statistico-classica). È interessante anche notare come Popper discuta un articolo di Hadamard già prego delle generali conseguenze d'imprevedibilità nella fisica classica, usualmente meno citato in letteratura, ma già epistemologicamente discusso con grande consapevolezza da Duhem: J. Hadamard, *Les surfaces à courbures opposées et leurs lignes géodésiques*, *J. Math. pures et appl.* 4 (1898), pp. 27-73; P. Duhem, *La théorie physique. Son objet et sa structure*, Chevalier et Riviere, Paris 1906, tr. it. di D. Ripa di Meana, a cura di S. Petruccioli, *La teoria fisica*, il Mulino, Bologna 1978.

Si veda anche: W. Hoering, *Indeterminism in Classical Physics*, Brit. J. Phil. Sci. 20 (1969), pp. 247-255.

La posizione di Born, sorta nel periodo in cui si formulavano anche le prime teorie a variabili nascoste per "negare" la meccanica quantistica, appare così del tutto originale e autonoma rispetto ad altri modi di considerare la fisica classica come non determinista. Le sue idee furono criticate, con poca e difettosa comprensione, da von Laue e poi da Margenau e Cohen, mentre furono accettate pienamente da Brillouin: M. von Laue, *Ist die klassische Physik wirklich deterministisch?*, Phys. Blätter 11 (1955), pp. 269-70; H. Margenau e L. Cohen, *Probabilities in Quantum Mechanics*, in M. Bunge (ed.), *Quantum Theory and Reality*, Springer, New York 1967, pp. 71-89; L. Brillouin, *Science and Information Theory*, Academic Press, New York 1956. In un paragrafo de "La Fisica di Feynman" le idee di Born sulla meccanica classica sono riprese a livello di considerazioni filosofiche senza però citare Born e senza valorizzarne l'importanza fisica: R. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, Addison-Wesley, New York 1963, vol. I, tr. it. a cura di M. Cresti, E. Clementel, S. Focardi e L. Monari, edizione bilingue, *La Fisica di Feynman*, Masson, Milano 1985, vol. I - Parte 2, paragrafo 38-6, p. 38-14, e anche R. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, Addison-Wesley, New York 1963, vol. III, tr. it. a cura di G. Toraldo di Francia, G. Altarelli e C. Chiuderi, edizione bilingue, *La Fisica di Feynman*, Masson, Milano 1985, vol. III, paragrafo 2-12, pp. 2-14 e 2-15. Una significativa accettazione della prospettiva di Born è quella contenuta in J. M. Jauch, *Are Quanta Real? A Galilean Dialogue*, Indiana University Press, Bloomington 1973, Second Day, pp. 27-48, tr. it. di G. Longo, *Sulla realtà dei quanti. Un dialogo galileiano*, Adelphi, Milano 1980.

Per la storia più recente, è altresì di rilievo notare, che ancora prima che la fisica del caos si sviluppasse pienamente, il determinismo di una specifica teoria classica, ovvero della teoria della relatività generale sia stato evidenziato come ineffettivo per il darsi di singolarità: J. A. Wheeler, *From relativity to mutability*, in J. Mehra (ed.), *The Physicist's Conception of Nature*, Reidel, Dordrecht 1973, pp. 202-247.

- 31 Si veda per esempio: F. T. Arecchi e I. Arecchi, *I simboli e la realtà*, Jaca Book, Milano 1990, dove la fisica quantistica è contrapposta quale "scienza forte" alla "scienza debole" del "caos deterministico". Oppure l'introduzione di G. Casati a G. Casati (a cura di), *Il caos...*, op. cit.; o ancora, M. D'Eramo, *L'abisso non sbadiglia più*, in AA. VV., *Gli ordini del caos*, Manifestolibri, Roma 1991. Si vedano anche, per una panoramica di posizioni: K. Pomian (a cura di), *La querelle du déterminisme*, Gallimard, Paris 1990, tr. it. di D. Formentin, *Sul determinismo*, il Saggiatore, Milano 1991; AA. VV., *Api o architetti*, suppl. al n. 114 dell'Unità e del Manifesto, 16-5-1990.
- 32 M. Born, *Statistical interpretation of quantum mechanics*, in *Les Prix Nobel en 1954*, Stockholm, 1955, p. 79 e *Science* 122 (1955), pp. 675-679, ristampato in M. Born, *Physik im Wandel...*, op. cit.: citazione dalla traduzione italiana, pp. 287-289, i corsivi, come in seguito, sono miei.
- 33 Per tale problematica del continuo, mi sia permesso di rimandare a E. Giannetto, *Il crollo...*, op. cit. ed anche a E. Giannetto, *The Epistemological...*, op. cit. e ai riferimenti citati in questi.

- 34 M. Born, *Ist die klassische Mechanik tatsächlich deterministisch?*, Phys. Blätter 11 (1955), pp. 49-54, ristampato in M. Born, *Physik im Wandel...*, op. cit.; si veda anche: M. Born, *Continuity*, ..., op. cit.
- 35 M. Born, *Ist die...*, op. cit. : citazione dalla traduzione italiana, pp. 255-256.
- 36 M. Born, *Ist die...*, op. cit. : citazione dalla traduzione italiana, pp. 256-258.
- 37 Si vedano ad esempio: A. Heyting (ed.), *Constructivity in Mathematics*, North-Holland, Amsterdam 1959; E. Bishop, *Foundations of Constructive Analysis*, McGraw-Hill, New York 1967; P. Martin-Löf, *Notes on Constructive Mathematics*, Almqvist & Wiksells, Uppsala 1970; O. Aberth, *Computable Analysis*, McGraw-Hill, New York 1980.
- 38 M. Born, *Ist die...*, op. cit. : citazione dalla traduzione italiana, pp. 258-259.
- 39 M. Born, *Ist die...*, op. cit. : citazione dalla traduzione italiana, pp. 259-261.
- 40 M. Born und D. J. Hooton, *Statistische Dynamik mehrfach periodischer Systeme*, Zeit. Phys. 142 (1955), pp. 201-218; M. Born and D. J. Hooton, *Statistical Dynamics of Multiply-Periodic Systems*, Proc. Cambr. Phil. Soc. 52 (1956), pp. 287-300; M. Born, *Vorhersagbarkeit in der klassischen Mechanik*, Zeit. Phys. 153 (1958), pp. 372-388; M. Born, *Bemerkungen zur statistischen Deutung der Quantenmechanik*, in F. Bopp (ed.), *Werner Heisenberg und die Physik unserer Zeit*, F. Vieweg, Braunschweig 1961, pp. 103-118.
- 41 M. Born, *Physik und Politik*, op. cit.: si veda il già citato saggio tradotto con il titolo "Il concetto di realtà", p. 72.
- 42 M. Born, *Physik und Politik*, op. cit.: si veda il saggio tradotto con il titolo "I limiti della rappresentazione fisica del mondo" (1959), pp. 90-92.
- 43 Mi sia permesso di rimandare a: E. Giannetto, G. D. Maccarrone e R. Moscheo (1991), *Roberto Grossatesta e la rivoluzione scientifica*, sottoposto a Physis; E. Giannetto, *L'esterno dell'interno: il 'paradigma' fisico dell'energia*, in G. Battimelli et al. (a cura di), *Le comunità scientifiche tra sociologia e storia della scienza*, Quaderni della Rivista di Storia della Scienza, Roma 1992.
- 44 Mi sia permesso di rimandare a: E. Giannetto, *Physis, Bios, Psyché, Logos: note verso una fisica come dissoluzione delle pratiche simboliche*, Metaxù 8 (1989), pp. 43-60; si vedano anche E. Giannetto, *The Epistemological...*, op. cit., e i riferimenti citati alla nota 17.
- 45 Si veda E. Morin, *La Méthode. I.*, op. cit.
- 46 E. Morin, *I linguaggi della complessità*, in G. Barbieri e P. Vidali (a cura di), op. cit., pp. 412-430.
- 47 M. Heidegger (1938), *Die Zeit des Weltbildes*, in *Holzwege*, Klostermann, Frankfurt am Main 1950, tr. it. di P. Chiodi, *Sentieri interrotti*, La Nuova Italia, Firenze 1968, pp. 71-101.